

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n), первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

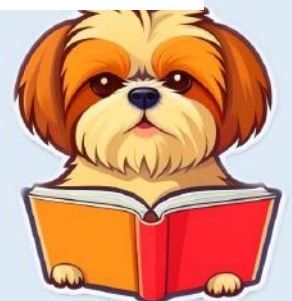
$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$



- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

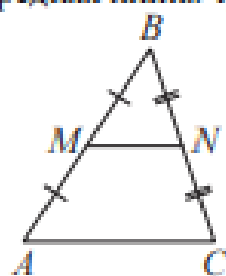
		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801



ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n - 2)$.

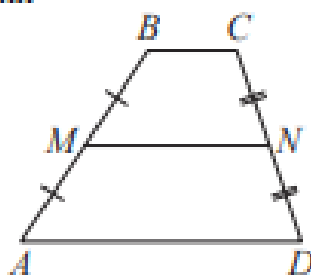
Средняя линия треугольника и трапеции



MN – ср. лин.

$MN \parallel AC$

$$MN = \frac{AC}{2}$$



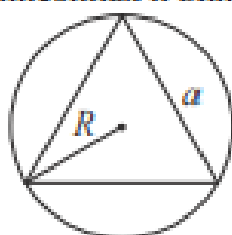
$BC \parallel AD$

MN – ср. лин.

$MN \parallel AD$

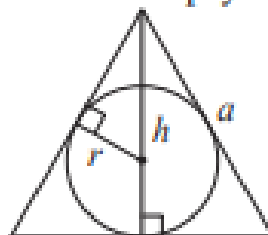
$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



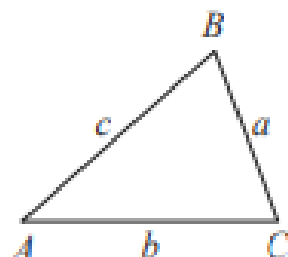
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



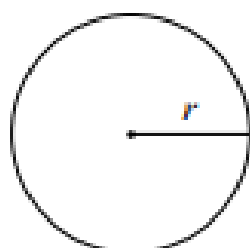
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R – радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



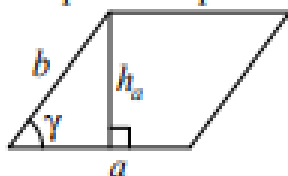
Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$



Площади фигур

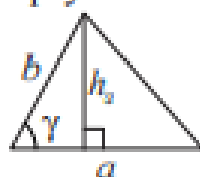
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = absin\gamma$$

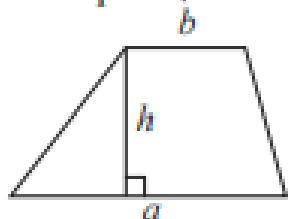
Треугольник



$$S = \frac{1}{2}ah_a$$

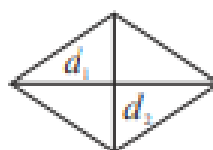
$$S = \frac{1}{2}absin\gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

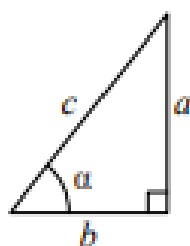
Ромб



d_1, d_2 – диагонали

$$S = \frac{1}{2}d_1d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0

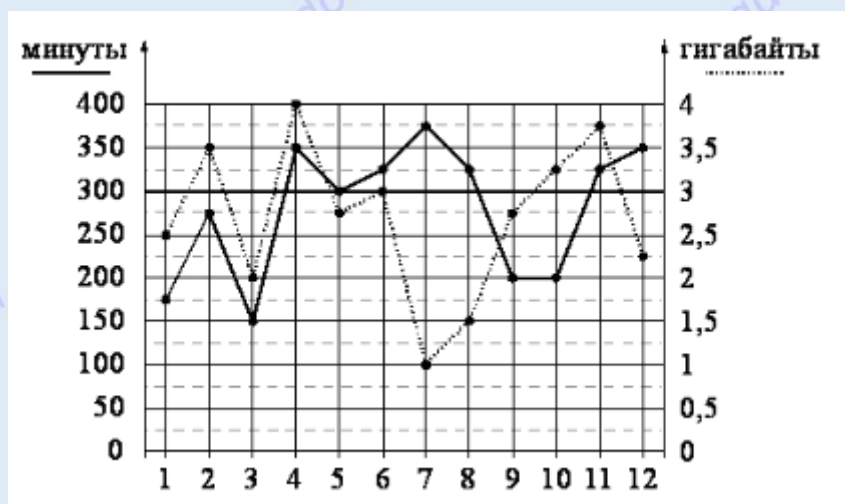


Часть 1.

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

На рисунке точками показано количество минут исходящих вызовов и трафик мобильного интернета в гигабайтах, израсходованных абонентом в процессе пользования смартфоном, за каждый месяц 2019 года. Для удобства точки, соответствующие минутам и гигабайтам, соединены сплошными и пунктирными линиями соответственно.



В течение года абонент пользовался тарифом «Стандартный», абонентская плата по которому составляла 350 рублей в месяц. При условии нахождения абонента на территории РФ в абонентскую плату тарифа «Стандартный» входит:

- пакет минут, включающий 300 минут исходящих вызовов на номера, зарегистрированные на территории РФ;
- пакет интернета, включающий 3 гигабайта мобильного интернета;
- пакет SMS, включающий 120 SMS в месяц;
- безлимитные бесплатные входящие вызовы.

Стоимость минут, интернета и SMS сверх пакета тарифа указана в таблице.

Исходящие вызовы	3 руб./мин.
Мобильный интернет (пакет)	90 руб. за 0,5 ГБ
SMS	2 руб./шт.



1. Определите, какие месяцы соответствуют указанному в таблице количеству исходящих вызовов.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите числа, соответствующие номерам месяцев, без пробелов, запятых и других дополнительных символов (например, для месяцев май, январь, ноябрь, август в ответ нужно записать число 51118).

Исходящие вызовы	375 мин.	150 мин.	275 мин.	300 мин.
Номер месяца				

2. Сколько рублей потратил абонент на услуги связи в феврале?

3. Какое наименьшее количество минут исходящих вызовов за месяц было в 2019 году?

4. На сколько процентов увеличился трафик мобильного интернета в феврале по сравнению с январём 2019 года?

5. В конце 2019 года оператор связи предложил абоненту перейти на новый тариф, условия которого приведены в таблице.

Стоимость перехода на тариф	0 руб.
Абонентская плата в месяц	430 руб.
В абонентскую плату включены пакеты:	
пакет исходящих вызовов	400 минут
пакет мобильного интернета	4 ГБ
пакет SMS	120 SMS
После расходования пакетов:	
входящие вызовы	0 руб./мин.
исходящие вызовы*	4 руб./мин.
мобильный интернет (пакет)	180 руб. за 0,5 ГБ
SMS	2 руб./шт.

*исходящие вызовы на номера, зарегистрированные на территории РФ

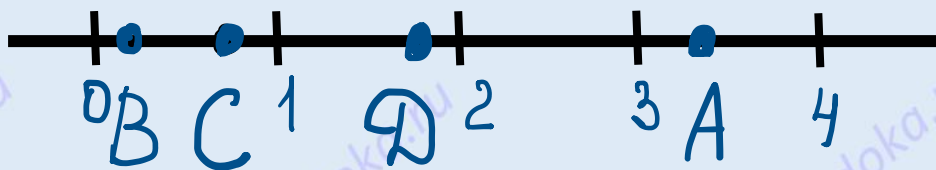
Абонент решает, перейти ли ему на новый тариф, посчитав, сколько бы он потратил на услуги связи за 2019 г., если бы пользовался им. Если получится меньше, чем он потратил фактически за 2019 г., то абонент примет решение сменить тариф.

Перейдёт ли абонент на новый тариф? В ответе запишите ежемесячную абонентскую плату по тарифу, который выберет абонент на 2020 год.

6. Найдите значение выражения: $\frac{1}{4} * 0,5$



7. На координатной прямой отмечены точки А, В, С, D. Какой из точек соответствует число $\frac{2}{3}$?



- 1)A 2)B 3)C 4)D

8. Найдите значение выражения: $\sqrt{\frac{1}{2}} * \sqrt{18}$

9. Решите уравнение $x^2 - 3x + 2 = 0$

10. Вероятность того, что в кафе раскупят все пирожные равна 0,67. Найдите вероятность того, что пирожные не раскупят

11.

Установите соответствие между функциями и их графиками.

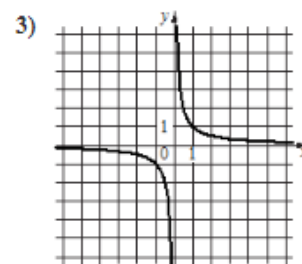
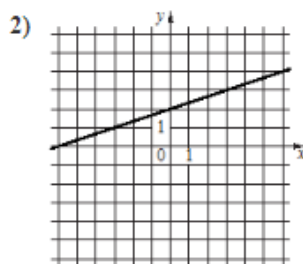
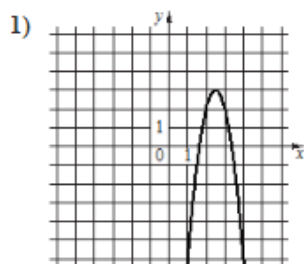
ФУНКЦИИ

А) $y = \frac{1}{3}x + 2$

Б) $y = -4x^2 + 20x - 22$

В) $y = \frac{1}{x}$

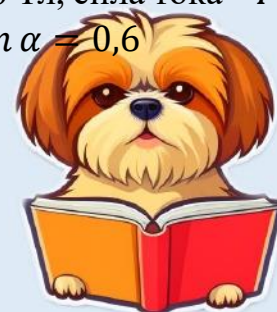
ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В
---	---	---

12. Сила Ампера, измеряемая в Ньютонах, рассчитывается по формуле: $F_A = BIl \sin \alpha$ и равна 36 Н, где модуль вектора магнитной индукции $B = 20$ Тл, сила тока $I = 0,5$ А. Найдите длину проводника l , исчисляемую в метрах, если $\sin \alpha = 0,6$



13.

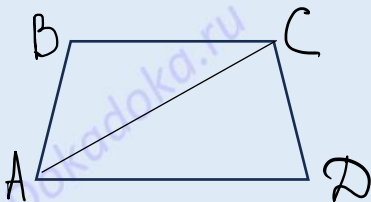
Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} x - 2,6 \leq 0, \\ x - 1 \geq 1. \end{cases}$$

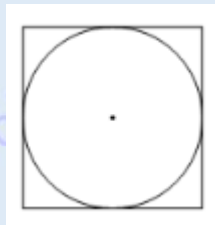
- 1) $[2; 2,6]$
- 2) $(-\infty; 2,6]$
- 3) $(-\infty; 2] \cup [2,6; +\infty)$
- 4) $[2; +\infty)$

14. Бизнесмен Петров удачно открыл новый магазин косметики. В первый день открытия магазина объем выручки составил 240000 рублей, и с каждым днем, в течение 7 дней, он увеличивался в 2 раза. Определите сколько заработал Петров за 5 дней с момента открытия магазина.

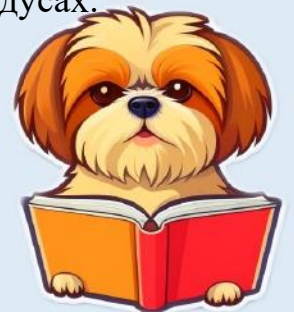
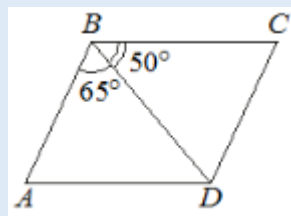
15. В равнобедренной трапеции $ABCD$ диагональ AC является биссектрисой, а сторона AB равна 5. Определите площадь трапеции, если высота равна 3



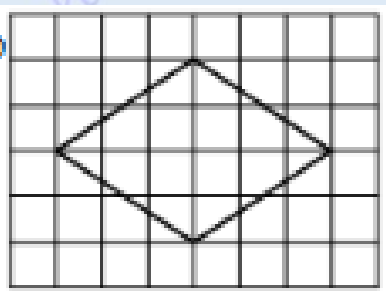
16. Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 7.



17. Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 65° и 50° . Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



18. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



19. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Параллельные прямые пересекаются
- 2) В любой четырёхугольник можно вписать окружность
- 3) Катет всегда меньше гипотенузы

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20. Решите уравнение $(x - 5)^2 \geq \sqrt{3}(x - 5)$

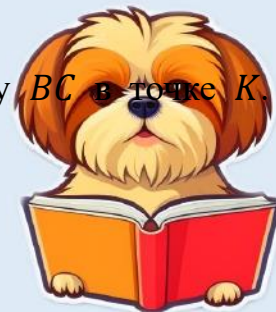
21. Два велосипедиста одновременно отправляются в 180-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 5 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

22. Постройте график:

$$\begin{cases} y = x^2 - 12, x \leq 2 \\ y = |x|, x > 2 \end{cases}$$

Определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно три общие точки.

23. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 8$, $CK = 13$.



24. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 4,5 и 18, $BD = 9$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

25. Окружности радиусов 45 и 55 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D - на второй. При этом AC и BD - общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

