

**СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ**

**АЛГЕБРА**

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением  $y = ax^2 + bx + c$ :

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии ( $a_n$ ), первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

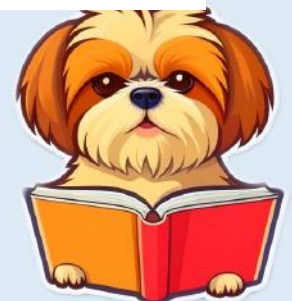
$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$



- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при  $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

**Таблица квадратов двузначных чисел**

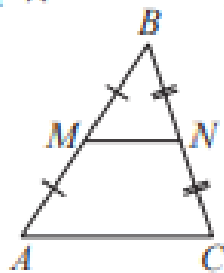
		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801



## ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .

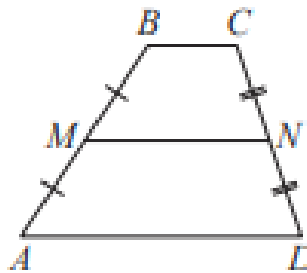
Средняя линия треугольника и трапеции



$MN$  – ср. лин.

$MN \parallel AC$

$$MN = \frac{AC}{2}$$



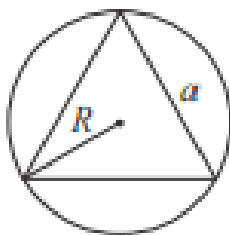
$BC \parallel AD$

$MN$  – ср. лин.

$MN \parallel AD$

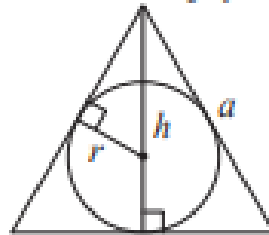
$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



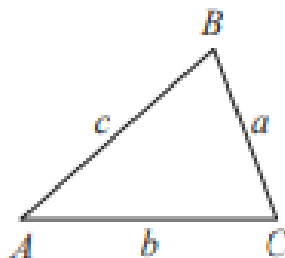
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



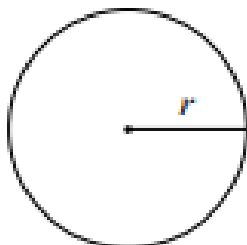
Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  – радиус описанной окружности.

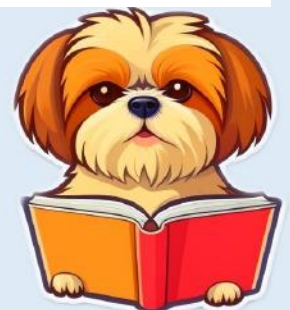
Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



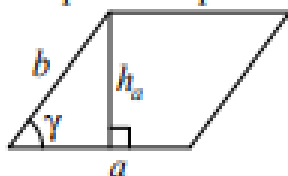
Длина окружности  $C = 2\pi r$

Площадь круга  $S = \pi r^2$



## Площади фигур

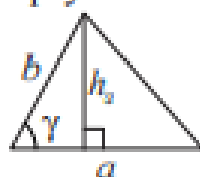
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = absin\gamma$$

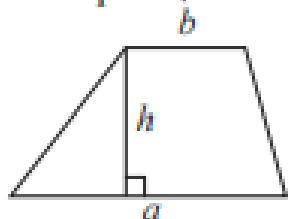
Треугольник



$$S = \frac{1}{2}ah_a$$

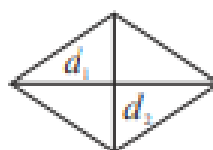
$$S = \frac{1}{2}absin\gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

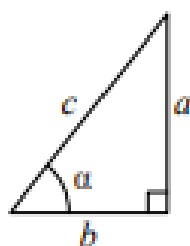
Ромб



$d_1, d_2$  – диагонали

$$S = \frac{1}{2}d_1d_2$$

## Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора:  $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

## Некоторые значения тригонометрических функций

$\alpha$	градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0



## Часть 1.

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

**Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.**

На рисунке изображен план сельской местности



Будущий орнитолог Ваня выбрал местом стажировки во время летней практики страусиную ферму, расположенную в посёлке Сосновка. На автостанции в деревне Маргаритовке (на плане обозначена цифрой 1) его встречал страусовод Костя, чтобы отвезти на машине к месту стажировки. Из Маргаритовки в Сосновку можно проехать по просёлочной дороге вдоль соснового бора. Есть другой путь — по шоссе до деревни Черюмки, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в Сосновку. Третий маршрут проходит по просёлочной дороге мимо пруда до деревни Грачёвки, где можно свернуть на шоссе до Сосновки. Четвёртый маршрут пролегает по шоссе до деревни Троицкой, далее по просёлочной дороге от Троицкой до деревни Мишкино мимо пруда, затем проходит от деревни Мишкино до Сосновки по шоссе. Ещё один маршрут проходит по шоссе до деревни Пчеловодной, затем по просёлочной дороге мимо пасеки от Пчеловодной до Грачёвки и по шоссе от Грачёвки до Сосновки. Шоссе и просёлочные дороги образуют прямоугольные треугольники.

По шоссе машина Кости движется со скоростью 50 км/ч, а по просёлочным дорогам 40 км/ч. Расстояние от Маргаритовки до Черюмки 40 км, от Троицкой до Пчеловодной 8 км, а расстояние от Маргаритовки до Троицкой равно расстоянию от Пчеловодной до Черюмки. Расстояние от



Черюмки до Сосновки — 42 км, от Черюмки до Мишкино 18 км, а расстояние от Мишкино до Грачёвки равно расстоянию от Грачёвки до Сосновки.

1. Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены деревни.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Деревни	Пчеловодная	Грачёвка	Троицкая	Черюмки
Цифры				

2. Найдите расстояние от Маргаритовки до Пчеловодной по шоссе. Ответ дайте в километрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Найдите расстояние от Пчеловодной до Грачёвки по прямой. Ответ дайте в километрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Сколько минут затратят на дорогу Ваня с Костей из Маргаритовки в Сосновку, если сначала поедут по шоссе до Пчеловодной, затем по просёлочной дороге от Пчеловодной до Грачёвки, а потом по шоссе до Сосновки.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. На просёлочных дорогах машина Кости расходует 8,2 л бензина на 100 км. Известно, что на путь из деревни Маргаритовки до деревни Сосновки через деревню Черюмки и путь напрямик ей необходим один и тот же объём бензина. Сколько литров бензина на 100 км пути машина Кости расходует на шоссе?

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите значение выражения:  $\frac{7}{11} + 2\frac{4}{11}$ .

7. На координатной прямой отмечено число  $\sqrt{75}$ . Между какими числами заключено это число?

1) 2 и 3

2) 4 и 5

3) 8 и 9

4) 12 и 13

8. Найдите значение выражения:  $\frac{7^2 \cdot 7^3}{7^4}$ .

9. Решите уравнение  $x - 14 = 2x + 16$



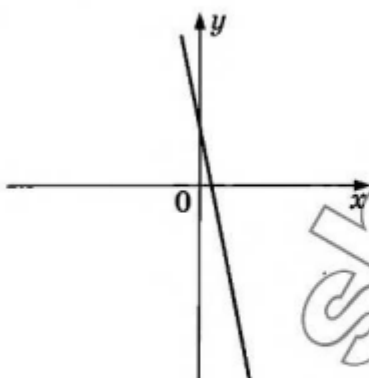
10. Из 25 пачек кошачьего корма 5 из них имеют недoves, поэтому считаются бракованными. Найдите вероятность того, что случайно выбранная пачка корма будет не бракованной.

11.

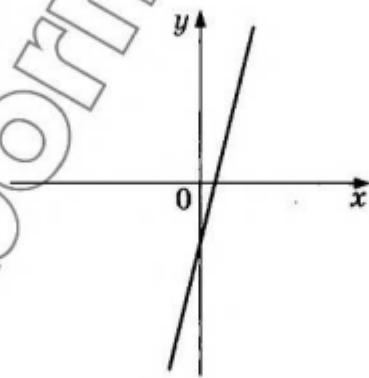
На рисунках изображены графики функций вида  $y = kx + b$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $k$  и  $b$ .

ГРАФИКИ

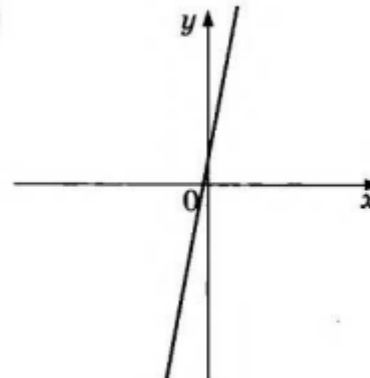
А)



Б)



В)



КЭФФИЦИЕНТЫ

А)  $k > 0, b > 0$

Б)  $k < 0, b > 0$

В)  $k > 0, b < 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

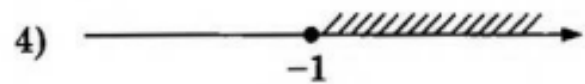
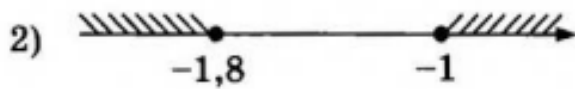
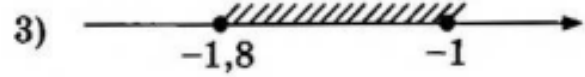
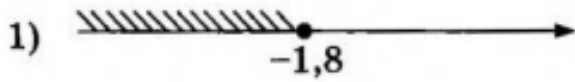
12. Сила всемирного тяготения, выраженная в Н (ньютоны), между двумя сферическими телами вычисляется по формуле:  $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ , где  $G$ -гравитационная постоянная, равная  $6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ ,  $m_1$  – масса первого тела,  $m_2$  – масса второго тела, а  $r$  – расстояние между центрами двух тел. Определите, чему равна масса первого тела, если масса второго равна  $3 \cdot 10^{11}$  кг, расстояние между телами равно 100 м, а сила всемирного тяготения составляет 6,003 Н. Ответ дайте в кг.



13.

Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} 5(x+2) \leq 1, \\ 1-2x \geq 3. \end{cases}$$



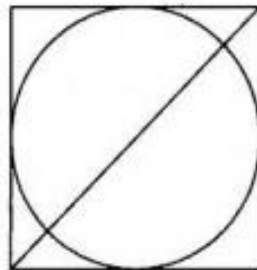
Ответ:  .

14. Марина каждый день решает на 2 задачи больше, чем в предыдущий. В первый день она решила 20 задач. Определите, сколько задач решит Марина в 4 день.

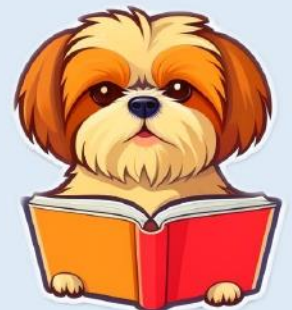
15. В треугольнике ABC, угол C – прямой. Определите, чему равен угол A, если величина угла B в 3 раза меньше угла C.

16.

Радиус вписанной в квадрат окружности равен  $4\sqrt{2}$ . Найдите диагональ этого квадрата.

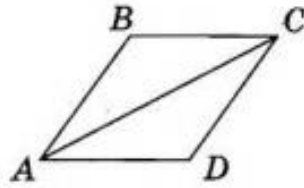


Ответ: \_\_\_\_\_



17.

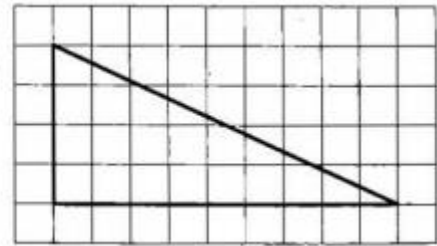
В ромбе  $ABCD$  угол  $ABC$  равен  $148^\circ$ . Найдите угол  $ACD$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_

18.

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.



Ответ: \_\_\_\_\_

19. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Площадь прямоугольника равна произведению его сторон.
- 2) В параллелограмме сумма противоположных углов равна  $180^\circ$ .
- 3) Отрезки касательных, проведённых из одной точки к окружности, равны.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

*При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.*



20. Решите уравнение  $x^4 = (4x - 5)^2$

21. Моторная лодка прошла против течения реки 72 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

22. Постройте график функции  $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$  и определите, при каких значениях с прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

23. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты:  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ . Найдите медиану СК этого треугольника.

24. Сторона BC параллелограмма ABCD вдвое больше стороны CD. Точка K – середина стороны BC. Докажите, что DK – биссектриса угла ADC.

25. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиусом 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC

